Buiten een vierkant

15 maximumscore 5

- Een vergelijking van de cirkel is $(x-3)^2+(y-2)^2=5$ — 1
- De lijn door A en C heeft vergelijking $y=4-x$ — 1
- De cirkel snijden met deze lijn geeft $x^2-5x+4=0$ — 1
- Dan volgt $(x-1)(x-4)=0$ dus de x-coördinaat van F is 1 (want $x=4$ geeft punt A) — 1
- $F(1, 3)$ en omdat $C(0, 4)$ en $S(2, 2)$ (of: omdat F op CS ligt en $x_F=1=\frac{0+2}{2}=\frac{x_C+x_S}{2}$) is F het midden van CS — 1

of

- (Omdat $C(0, 4)$ en $S(2, 2)$ geldt:) het midden van CS is het punt $(1, 3)$ — 1
- De afstand tussen $(1, 3)$ en $(3, 2)$ is $\sqrt{5}$ — 1
- Ook geldt $MA(=MB)=\sqrt{5}$ — 1
- Dus $(1, 3)$ ligt op de gegeven cirkel — 1
- Dus is F het midden van CS — 1

of

- (Omdat $C(0, 4)$ en $S(2, 2)$ geldt:) het midden van CS is het punt $(1, 3)$ — 1
- Een vergelijking van de cirkel is $(x-3)^2+(y-2)^2=5$ — 1
- De lijn door A en C heeft vergelijking $y=4-x$ — 1
- Omdat $(1-3)^2+(3-2)^2=5$ ligt $(1, 3)$ op de cirkel — 1
- Omdat $3=4-1$ ligt $(1, 3)$ op de lijn door A en C (en dus is F het midden van CS) — 1

Vraag	Antwoord	Scores

16 **maximumscore 3**

- $\overrightarrow{MF} \cdot \overrightarrow{MB} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 0$ dus $\angle(\overrightarrow{MF}, \overrightarrow{MB}) = 90°$ 1
- $\overrightarrow{MG} \cdot \overrightarrow{MA} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = 0$ dus $\angle(\overrightarrow{MG}, \overrightarrow{MA}) = 90°$ 1
- $\angle(\overrightarrow{MF}, \overrightarrow{MB}) + \angle(\overrightarrow{MG}, \overrightarrow{MA}) = 90° + 90° = 180°$ (of: cirkelsector *BMF* is een kwart cirkel en cirkelsector *GMA* is een kwart cirkel), dus de oppervlakte van de twee sectoren samen is gelijk aan de helft van de oppervlakte van de cirkel 1

of

- $\text{rc}_{MB} = 2$ en $\text{rc}_{FM} = -\frac{1}{2}$ dus $\text{rc}_{MB} \cdot \text{rc}_{FM} = -1$ en dus $\overrightarrow{MB} \perp \overrightarrow{MF}$ 1
- $\text{rc}_{MA} = -2$ en $\text{rc}_{GM} = \frac{1}{2}$ dus $\text{rc}_{MA} \cdot \text{rc}_{GM} = -1$ en dus $\overrightarrow{MA} \perp \overrightarrow{MG}$ 1
- Dan volgt: cirkelsector *BMF* is een kwart cirkel en cirkelsector *GMA* is een kwart cirkel (of: $\angle(\overrightarrow{MF}, \overrightarrow{MB}) + \angle(\overrightarrow{MG}, \overrightarrow{MA}) = 90° + 90° = 180°$), dus de oppervlakte van de twee sectoren samen is gelijk aan de helft van de oppervlakte van de cirkel 1

of

- $\cos(\angle(\overrightarrow{MF}, \overrightarrow{MG})) = \dfrac{\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}}{\left|\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}\right| \cdot \left|\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}\right|} = \dfrac{3}{5}$ 1
- $\cos(\angle(\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MA})) = \dfrac{\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}}{\left|\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right| \cdot \left|\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}\right|} = -\dfrac{3}{5}$ 1
- $\cos(180° - \alpha) = -\cos(\alpha)$, dus $\angle(\overrightarrow{MF}, \overrightarrow{MG}) + \angle(\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MA}) = 180°$, dus de oppervlakte van de twee sectoren samen is gelijk aan de helft van de oppervlakte van de cirkel 1

Opmerking
Wanneer de hoeken zijn benaderd voor deze vraag maximaal 2 scorepunten toekennen.